100 лет без второго постулата Эйнштейна

С.С. Степанов

В 2010 году исполняется 100 лет со дня выхода работы Игнатовского, посвящённой аксиоматическому анализу специальной теории относительности (СТО). Несмотря на столь почтенный возраст, идеи Игнатовского, развитые в дальнейшем Франком и Роте, так и не пробили себе дорогу в учебную литературу. Пользуясь юбилейной датой, хотелось бы привлечь внимание к логическим основаниям теории относительности. В статье рассматривается история вопроса, анализируются основные постулаты, лежащие в основе СТО, и обсуждаются причины появления в математической структуре теорий фундаментальных физических констант.

Содержание

1. Введение (1).
2. Аксиоматика СТО (2).
3. Дробно-линейные преобразования (2).
4. Принцип относительности (3).
5. Роль световых сигналов (3).
6. Синхронизация времени (4).
7. Принцип параметрической неполноты (5).
8. Заключение (5).
Список литературы (5).

1. Введение

Хорошо известно, что в своей работе 1905 г. [1] Альберт Эйнштейн вывел преобразования Лоренца при помощи двух постулатов: принципа относительности и инвариантности скорости света. Если принцип относительности, восходящий к Галилею, был давно известен, то для возникновения постулата инвариантности скорости света потребовались многочисленные эксперименты, связанные с электромагнитной теорией Максвелла. Простой аксиоматический метод Эйнштейна обладал несомненным преимуществом по сравнению с работами Анри Пуанкаре [2] и Хенрика Лоренца [3]. Статья Эйнштейна фактически ознаменовала собой построение специальной теории относительности (СТО). За редким исключением [4, 5] именно подход Эйнштейна обычно используется в многочисленных учебниках при обсуждении логических основ СТО.

Спустя 5 лет после выхода статьи Эйнштейна, 21 сентября 1910 года русский учёный Владимир Сергеевич Игнатовский на собрании немецких натуралистов и врачей сделал доклад “*Некоторые общие замечания к принципу относительности*”, в котором, в частности, сказал: [6, 7]:

> Сейчас я ставлю перед собой вопрос о том, к каким взаимосвязям или, точнее, уравнениям преобразования можно прийти, если поставить во главу исследования только принцип относительности.

Игнатовский продемонстрировал, что постулат инвариантности скорости света является избыточным и не требуется для вывода преобразований Лоренца. В начале 1911 г. в Annalen der Physik вышла работа Филиппа Франка и Германа Роте “*О преобразовании пространственно-временных координат из неподвижных систем в движущиеся*” [8], в которой результаты Игнатовского получили существенное развитие. В подходе Игнатовского, Франка и Роте преобразования Лоренца получаются из подмножества аксиом классической механики. Фундаментальная константа c размерности скорости (или $\alpha = 1/c^2$) появляется в соотношениях теории в результате уменьшении исходной информации при отказе от аксиомы абсолютности времени.

Единственное упоминание в учебной литературе работ Игнатовского, Франка и Роте можно встретить в “*Теории относительности*” Вольфганга Паули [9]. Приводя результаты этих работ без детального обсуждения, он пишет:

> Относительно знака, величины и физического смысла α сказать на основе высказанных положений ничего нельзя. Таким образом, из теоретико-групповых соображений можно получить лишь внешний вид формул преобразования, но не их физическое содержание.

Книга Паули оказала заметное влияние на последующее формирование учебной литературы, поэтому возможно именно эта оценка работ Игнатовского, Франка и Роте сделала их малоизвестными. Как видно из контекста книги, скептическое отношение Паули к подобному подходу было скорее всего связано с тем, что возникающая в преобразованиях Лоренца фундаментальная константа при групповом выводе не получает смысла скорости света. Однако, как мы увидим ниже, она и не является скоростью света.

Вывод преобразований Лоренца без второго постулата Эйнштейна неоднократно переоткрывался [4, 10]-[17]. Тем не менее, в общественном физическом сознании этот фундаментальный результат фактически отсутствует.

Существуют как минимум две причины, по которым важно использование подхода Игнатовского, Франка и Роте. Прежде всего, анализ логических (аксиоматических) оснований любой теории позволяет глубже её понять и предположить наиболее вероятные пути дальнейшего развития и возможного обобщения. Во-вторых, вывод преобразований Лоренца без второго постулата Эйнштейна, как мы увидим, явным образом доказывает непротиворечивость СТО. Учитывая многочисленные попытки (не прекращающиеся до настоящего времени) найти в выводах СТО логические ошибки, подчёркивание непротиворечивости основ теории должно играть существенную роль при её преподавании.

Ниже мы рассмотрим систему аксиом, лежащих в основе специальной теории относительности. Затем с их помощью продемонстрируем как возникают фундаментальная константа скорости и преобразования Лоренца. Мы обсудим принципиальное отличие константы c, входящей в преобразования Лоренца от скорости света, с которой её обычно отождествляют. Кроме этого, будут высказаны некоторые общие соображения касательно аксиоматической природы фундаментальных физических теорий.

2. Аксиоматика СТО

Рассмотрим две инерциальные системы отсчёта S и S', имеющие параллельные оси координат. Пусть система S' движется вдоль оси x системы S со скоростью v. Как обычно, будем обозначать время и координаты некоторого события относительно S через (t, x, y, z), а время и координаты этого же события относительно S' помечать штрихами: (t', x', y', z'). Преобразования Лоренца устанавливают связь между результатами наблюдения некоторого события из двух инерциальных систем отсчёта (ИСО).

На физическом уровне строгости преобразования Лоренца могут быть получены из следующих четырех постулатов (аксиом):

- $\mathbf{A}_1$: Преобразования между ИСО задаются непрерывными, дифференцируемыми и взаимно однозначными функциями.
- $\mathbf{A}_2$: Если скорости двух свободных частиц равны в системе S, то они будут равны и в системе S'.
- $\mathbf{A}_3$: Инерциальные системы отсчета равноправны.
- $\mathbf{A}_4$: Пространство в ИСО изотропно.

Вывод преобразований начинается с неизвестных функций $t' = f(t, x, y, z)$, $x' = g(t, x, y, z)$, и т.д. Каждая аксиома постепенно конкретизирует вид этих функций до тех пор, пока первоначальный произвол не исчезнет, и преобразования примут вид (мы ограничимся одномерным случаем):

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\alpha v^2}}, \qquad t' = \frac{t - \alpha\, vx}{\sqrt{1-\alpha v^2}}, \qquad (1)$$

где α – некоторая константа. В аксиоматическом подходе Эйнштейна она получает смысл обратного квадрата скорости света. При использовании аксиом $\mathbf{A}_1$-$\mathbf{A}_4$, если $\alpha = 1/c^2 > 0$, то c имеет смысл максимально возможной инвариантной скорости движения любого материального объекта.

В классической механике к приведенным выше четырем аксиомам добавляется аксиома абсолютности времени:

- $\mathbf{A}_5$: Если два события одновременны в системе S, то они будут одновременны и в системе S'.

В этом случае значение константы α становится нулевым, и преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Несложно видеть, что аксиомы $\mathbf{A}_1$-$\mathbf{A}_4$ справедливы и в классической механике. Таким образом, преобразования Лоренца могут быть получены на основании *подмножества* аксиом классической физики Ньютона. Это доказывает непротиворечивость исходных положений СТО, а точнее сводит её к доказательству непротиворечивости классической механики. Действительно, если некоторая теория непротиворечива, то использование только части её аксиом также не может привести к противоречиям.

Рассмотрим подробнее детали вывода преобразований Лоренца.

3. Дробно-линейные преобразования

Свободное тело в любой инерциальной системе отсчёта движется равномерно и прямолинейно. Из этого определения и первой аксиомы $\mathbf{A}_1$ следует, что наиболее общие преобразования являются дробно-линейными функциями с одинаковыми знаменателями. Например, в одномерном случае:

$$x' = \frac{A_1\, x + B_1\, t}{1 + D\, x + E\, t}, \qquad t' = \frac{A_2\, x + B_2\, t}{1 + D\, x + E\, t}, \qquad (2)$$

где A_i, B_i, D, E – некоторые параметры, которые могут зависеть от относительной скорости двух систем отсчёта v. Моменты времени $t = t' = 0$ в обоих системах выбраны, когда их начала совпадают $x = x' = 0$. Несложно проверить, что если тело движется равномерно и прямолинейно: $x = x_0 + u\, t$ (x_0, u – константы) относительно системы S, то это движение будет также равномерным и прямолинейным и относительно S': $x' = x'_0 + u'\, t'$ (x'_0, u' – константы).

Подобные дробно-линейные преобразования, переводящие прямую снова в прямую, хорошо известны в проективной геометрии. В данном случае прямой является траектория движения свободной частицы (определение ИСО). В применении к физической ситуации возможность дробно-линейных преобразований впервые была отмечена Франком и Роте [8]. Соответствующий вывод можно найти, например, в [18, 19].

Дробно-линейные преобразования приводят к тому, что равенство скоростей является понятием относительным. Если две частицы находятся в различных точках пространства и имеют одинаковую скорость $u = dx/dt$ в системе S, то их скорости будут различны в системе S' (хотя и постоянными, если движение в S равномерно). Добавление аксиомы $\mathbf{A}_2$ приводит к тому, что преобразования становятся линейными. Их удобно записать в виде:

$$x' = \gamma(v)(x - v\,t), \qquad t' = \gamma(v)(t - \sigma(v)\,x), \qquad (3)$$

где $\gamma(v)$ и $\sigma(v)$ – неизвестные функции скорости, и принято согласование единиц измерения времени в двух системах отсчёта, при котором скорость начала системы S' относительно S равна v, а скорость начала S относительно S', соответственно, $-v$. Другим словами, выполняются уравнения: $x' = 0$, $x = vt$ и $x = 0$, $x' = -vt'$.

4. Принцип относительности

Третья аксиома, утверждающая равноправие всех ИСО, является ключевой как в классической механике, так и в теории относительности. Вместе с требованием изотропности пространства $\mathbf{A}_4$ её достаточно, чтобы установить явный вид преобразований с точностью до произвольной константы α. Рассмотрим три инерциальные системы отсчёта S_1, S_2 и S_3. Запишем преобразования между (S_1, S_2) и (S_2, S_3):

$$\left\{\begin{array}{l} x_2 = \gamma_1\,[x_1 - v_1\,t_1] \\ t_2\; = \gamma_1\,[t_1 - \sigma_1\,x_1] \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} x_3 = \gamma_2\,[x_2 - v_2\,t_2] \\ t_3\; = \gamma_2\,[t_2 - \sigma_2\,x_2], \end{array}\right. \qquad (4)$$

где $\gamma_1 = \gamma(v_1)$, $\sigma_1 = \sigma(v_1)$, и т.д., а v_1 – скорость системы S_2 относительно S_1, v_2 – скорость системы S_3 относительно S_2. Аналогично для связи S_1 и S_3:

$$\left\{\begin{array}{l} x_3 = \gamma_3\,[x_1 - v_3\,t_1] \\ t_3\; = \gamma_3\,[t_1 - \sigma_3\,x_1]. \end{array}\right. \qquad (5)$$

Подставим (x_2, t_2) из первой системы (4) во вторую, а вместо x_3, t_3 запишем (5):

$$\left\{\begin{array}{l} \gamma_3[x_1 - v_3\,t_1] = \gamma_2\gamma_1[(1 + v_2\sigma_1)\,x_1 - (v_1 + v_2)\,t_1\;] \\ \gamma_3[t_1 - \sigma_3\,x_1] = \gamma_2\gamma_1[(1 + v_1\sigma_2)\,t_1\; - (\sigma_1 + \sigma_2)\,x_1]. \end{array}\right.$$

Эти уравнения должны выполняться при любых значениях x_1 и t_1. В частности, коэффициенты при x_1 в первом уравнении системы и при t_1 во втором, должны быть равны:

$$\left\{\begin{array}{l} \gamma_3 = (1 + v_2\sigma_1)\gamma_1\gamma_2 \\ \gamma_3 = (1 + v_1\sigma_2)\gamma_1\gamma_2. \end{array}\right. \qquad (6)$$

Исключая γ_3, получаем:

$$\frac{\sigma(v_1)}{v_1} = \frac{\sigma(v_2)}{v_2} = \alpha = const. \qquad (7)$$

Так как скорости систем являются произвольными независимыми величинами, это уравнение выполняется только, если α является константой, единой для всех ИСО, а $\sigma(v) = \alpha\,v$.

Кроме композиции преобразований, должно существовать обратное преобразование между двумя ИСО. Принцип равноправия ИСО (принцип относительности) требует чтобы функциональная форма этих преобразований была такая же, как и у прямых (3). Естественно, скорость системы S относительно S' равна $-v$, поэтому, например, преобразования координат будут иметь вид:

$$x = \gamma(-v)[x' + v\,t']. \qquad (8)$$

Если вместо x', t' подставить их выражения из прямого преобразования (3) и учесть, что $\sigma(v) = \alpha\,v$, получится уравнение для $\gamma(v)$:

$$\gamma(-v)\gamma(v) = 1/(1 - \alpha\,v^2). \qquad (9)$$

Из аксиомы изотропности пространства $\mathbf{A}_4$ следует, что функция $\gamma(v)$ должна быть чётной: $\gamma(-v) = \gamma(v)$. Например, при измерении длины стержня ($\Delta t = 0$), расположенного вдоль относительного движения систем, результат $\Delta x' = \gamma(v)\,\Delta x$ не должен зависеть от направления движения (знака v).

Поэтому $\gamma(v) = 1/\sqrt{1 - \alpha\,v^2}$, где положительный знак при извлечении корня выбран по соображениям сонаправленности течения времени в обеих системах отсчёта. Например, часы, расположенные в точке $x' = 0$, имеют показания $t' = \gamma(v)t > 0$, которые увеличиваются после момента $t' = t = 0$.

5. Роль световых сигналов

Таким образом, преобразования между двумя ИСО, с точностью до константы α, выводятся из аксиом $\mathbf{A}_1$-$\mathbf{A}_4$. Без дальнейших предположений зафиксировать значение, или даже знак константы α, не представляется возможным. Были предложены различные соображения по обоснованию того, что $\alpha > 0$ и связыванию этой константы со скоростью света. Например, Игнатовский [6] ссылался на известный из электродинамики факт сжатия силовых линий движущегося заряда. Терлецкий [4] предлагал использовать экспериментальный факт роста массы со скоростью (правильнее, конечно, говорить о релятивистской (неклассической) зависимости энергии и импульса от скорости [20]).

С нашей точки зрения, подобные попытки не добавляют ясности в аксиоматические основы теории. На самом деле, существуют три возможности: $\alpha = 0$, $\alpha > 0$ и $\alpha < 0$. Первая является предельным случаем двух вторых и соответствует классической механике. С логической точки зрения третья возможность вполне приемлема, однако в нашем мире реализовалась вторая, и $\alpha > 0$. Это экспериментальный факт, как и тот факт, что вообще α отлична от нуля.

В силу положительности α удобно ввести фундаментальную константу размерности скорости c, так, что $\alpha = 1/c^2$. После того, как установлены преобразования Лоренца и ясен их физический смысл, не составляет труда получить все кинематические эффекты СТО. В частности из закона сложения скоростей следует, что константа c имеет смысл максимальной инвариантной скорости движения любых материальных объектов. Поэтому сложно согласиться с утверждением Паули об отсутствии физического смысла у константы α.

Однако, является ли константа c скоростью света? На наш взгляд, необходимо различать константу c в преобразованиях Лоренца и скорость электромагнитных волн в вакууме. Они равны численно, но имеют различный физический смысл.

Действительно, СТО является теорией, применимой к любым видам взаимодействий, и не должна требовать для своего обоснования привлечения свойств конкретного взаимодействия (например, электромагнитного). Нам не известны принципы, запрещающие фотону иметь массу. Как и в случае с нейтрино, массивность электромагнитных полей не противоречила бы теории относительности. Даже если бы оказалось, что в нашем мире нет безмассовых частиц, преобразования Лоренца от этого бы не изменились.

Таким образом, фундаментальная скорость c имеет смысл инвариантной, максимально возможной скорости движения любых материальных тел. Скорость света, совпадая с ней численно, является свойством конкретного взаимодействия. Её значение обусловлено величиной массы фотона (меньшей 10^{-18} эВ [21]).

Чтобы измерить значение фундаментальной скорости c, нет необходимости проводить электродинамические эксперименты. Любые соотношения кинематики теории относительности (замедление времени, сокращение длины), отклонение от евклидовости пространства скоростей [22] и т.д. позволяют измерить значение c.

6. Синхронизация времени

Вообще, роль световых сигналов при обосновании СТО обычно существенно преувеличена. Например, световые сигналы используются для процедуры синхронизации времени в различных точках одной инерциальной системы отсчёта. В тоже время известно, что применение скорости света для синхронизации часов не является единственно возможным методом [23, 24].

Процедура синхронизации является одной из сторон общей проблемы согласования единиц измерения времени и длины различными наблюдателями, находящимися в одной или различных ИСО. Для подобного согласования можно использовать [25] единые "квантовые стандарты частоты". Этот подход безусловно удачен с точки зрения метрологии. Однако для аксиоматического построения теории относительно желательно не делать ссылок на факты другой теории (в данном случае квантовой).

На самом деле, конкретный способ измерения длины и времени роли не играет, и различные наблюдатели могут использовать разные процедуры для проведения измерений в своей непосредственной окрестности. Единственное требование, которое при этом на них накладывается, это сохранение свойств ИСО. В частности, свободные тела при выбранных процедурах измерения должны двигаться равномерно и прямолинейно. Два неподвижных относительно друг друга наблюдателя могут согласовать единицы скорости, договорившись о значении скорости конкретного тела, последовательно пролетающего с постоянной скоростью относительно каждого из наблюдателей. Согласовать (передать) единицы времени неподвижные наблюдатели могут при помощи периодической посылки объектов, имеющих постоянную скорость.

Заметим, что в подобных мысленных экспериментах величина скорости объекта не играет роли и совсем не обязана быть скоростью света. Более того, подобные процедуры имеют смысл, если они дают согласованные результаты при *различных* скоростях объектов, передающих информацию.

Аналогична ситуация и при синхронизации начала отсчёта времени. Пусть один наблюдатель отправляет в момент времени t_1 сигнал (некоторый объект) с постоянной скоростью u. Второй наблюдатель, получив этот объект в момент времени T (по своим часам), отправляет его обратно с *той же* скоростью u. Если первый наблюдатель получает обратно объект в момент времени t_2, то часы считаются синхронизированными, если $T = (t_1 + t_2)/2$. Заметим, что коль единицы скорости согласованы, то одинаковость скорости u в обоих направлениях контролируется и первым, и вторым наблюдателем. Как и при согласовании единиц скорости и времени предполагается, что подобная процедура не должна зависеть от конкретного значения скорости u. Кроме этого, должно выполняться свойство транзитивности: если наблюдатель **A** согласовал единицы измерения и начало отсчёта времени с наблюдателем **B**, а **B** согласовал их с **C**, то тогда **A** и **C** также будут согласованы.

Выше мы рассматривали наблюдателей, находящихся в рамках одной инерциальной системы отсчёта. Чтобы преобразования Лоренца имели смысл, наблюдатели различных ИСО также должны согласовать свои единицы измерений. Для согласования единиц скорости простейшим соглашением может быть равенство (по модулю) относительной скорости двух систем отсчёта. Единицы длины могут быть согласованы в перпендикулярном к движению направлении. Например, это может быть расстояние между траекториями двух объектов, летящих параллельно направлению относительного движения (вдоль оси x).

Если единицы скорости и длины согласованы, то согласованы и единицы времени. Именно эта процедура подразумевалась при записи соотношений (3).

Таким образом, согласование единиц измерения не требует световых сигналов и должно оставаться справедливым при использовании сигналов (объектов), двигающихся с произвольной постоянной скоростью.

7. Принцип параметрической неполноты

Вернёмся к аксиоматике СТО и ещё раз обратим внимание, что преобразования Лоренца получаются на основании аксиом, которые справедливы и в классической механике. В отличие от последней, в соотношениях возникает произвольная константа – фундаментальная скорость c. Каково её происхождение?

Аксиомы физической или математической теории формулируются для получения из них тех или иных выводов (теорем). Система аксиом формальной теории называется полной, если любые утверждения относительно сущностей, которые описывает теория, можно либо доказать, либо опровергнуть. Если мы отказываемся от части аксиом, неизбежно возникает неполнота в выводах теории. В ряде случаев эта неполнота может быть минимальной в том смысле, что все функциональные соотношения выводятся и неопределяемыми оказываются только некоторые параметры (константы). Такой случай неполноты мы назовём параметрической.

Например, отказ от пятой аксиомы Евклида о параллельных приводит к геометрии Лобачевского, в которой возникает фундаментальная константа – кривизна пространства. Отказ от аксиомы абсолютности времени в классической механике приводит к СТО с фундаментальной константой скорости c. Можно сформулировать принцип параметрической неполноты [19]:

> Если уже существует теория, описывающая некоторую предметную область, то для получения более общей теории о тех же предметах необходимо отказаться от части аксиом исходной теории. Если отброшенные аксиомы в некотором смысле содержат в себе минимальную аксиоматическую информацию, то отказ от них может привести к параметрической неполноте, и в теории появятся фундаментальные константы.

Получается как бы принцип соответствия наоборот. В последнем, из теории относительности или квантовой механики, при фиксировании предельных значений c и $\hbar$, получается классическая физика. Согласно принципу параметрической неполноты возможно обратное движение, и при уменьшении числа аксиом классическая механика превращается в более общие теории. Фундаментальные физические константы возникают как проявление параметрической неполноты таких теорий.

Подобный дедуктивный способ построения новых фундаментальных теорий является очень заманчивым и достаточно общим. Принцип параметрической неполноты применим не только для анализа взаимосвязи преобразований Галилея и Лоренца или геометрий Евклида и Лобачевского. Например, квантовая теория связана с отказом от аксиомы дистрибутивности в математической логике. Подход, основанный на принципе параметрической неполноты, позволяет получить обобщение преобразований Лоренца. Например, в работе Франка и Роте [8] в классе линейных функций координат и времени выведены преобразования, содержащие три фундаментальные константы.

В работах [26, 27] были получены дробно-линейные (проективные) обобщения преобразований Лоренца и проанализирован их физический смысл. Оказалось [19], что эти преобразования должны реализовываться, если трёхмерное пространство имеет постоянную ненулевую кривизну. Дополнительная фундаментальная константа, возникающая в таких обобщённых преобразованиях, непосредственно связана с кривизной пространства. Проективные преобразования Лоренца приводят к ряду очень любопытных космологических следствий.

8. Заключение

Теория относительности существует более 100 лет. Её создание было обусловлено в первую очередь развитием электромагнитной теории Максвелла. Безусловно, знание исторического пути, в результате которого возникла теория, исключительно важно. Однако не всегда такой путь является самым прямым и верным при логическом обосновании теории (пример тому – активное использование в прошлом понятия релятивистской массы [20]). На наш взгляд, методический подход вывода преобразований Лоренца, восходящий к работам Игнатовского, Франка и Роте, хотя бы спустя 100 лет, но должен начать отвоёвывать своё место в учебной литературе.

Список литературы

[1] Einstein A *Ann. Phys.* **17** 891 (1905).

[2] Poincare H *Compt. Rend., Acad. Sci.* **140** 1504 (1905)

[3] Lorentz H A *Amst. Proc* **6** 809 (1904)

[4] Терлецкий Я П *Парадоксы теории относительности* (М.: Наука, 1965)

[5] Логунов А А *Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы* (М.: Наука,1987).

[6] Ignatowsky W A *Berich. der Deutschen Phys. Ges.*, 788 (1910), [Перевод: http://synset.com]

[7] Ignatowsky W A *Phys.Z.* **11** 972 (1910)

[8] Frank P, Rothe H *Ann. Phys.* **34** 825 (1911) [Перевод: http://synset.com]

[9] Паули В *Теория Относительности* (М.: Наука, 1991)

[10] Berzi V, Gorini V *J. Math. Phys.* **10** 1518 (1969)

[11] Lee A R Kalotas T M *Am.J.Phys.* **43** 434 (1975)

[12] Srivastava A M *Am. J. Phys.* **49** 504 (1981)

[13] Mermin N D *Am. J. Phys.* **52** 119 (1984)

[14] Schwartz H M *Am. J. Phys.* **52** 346 (1984)

[15] Achin Sen *Am. J. Phys.* **62** 157 (1994)

[16] Sartori L *Am. J. Phys.* **63** 81 (1995)

[17] Nishikawa S *Nuovo Cimento* **112B** 1175 (1997)

[18] Фок В А *Теория Пространства, Времени и Тяготения* (М.: Гос.изд.тех.-теор.лит., 1955)

[19] Stepanov S S *Phys. Rev.* D **62** 023507 (2000)

[20] Окунь Л Б *УФН* **158** 511 (1989)

[21] CODATA, http://physics.nist.gov/constants

[22] Ритус В И *УФН* **178** 739 (2008)

[23] Болотовский Б М, Гинзбург В Л *УФН* **106** 577 (1972)

[24] Малыкин Г Б *УФН* **174** 801 (2004)

[25] Денисов А А, Теплицкий Э Ш *УФН* **176** 857 (2006)

[26] Manida S N arXiv:: gr-qc/9905046

[27] Stepanov S S arXiv: physics/9909009